



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطوّر عدد المتقاعدين من سنة 2009 إلى سنة 2014 بالجزائر. (الديوان الوطني للإحصائيات).

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المتقاعدين y_i (بالملايين)	2,17	2,19	2,32	2,48	2,63	2,77

- 1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد. (نأخذ كوحدة بيانية: 2 cm لكل سنة على محور الفواصل و 2 cm لكل مليون متقاعد على محور الترتيب).
- 2) عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G ثم علّمها.
- 3) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمرتبعات الدنيا.
- 4) نفرض أن تطوّر عدد المتقاعدين يبقى على هذه الوتيرة في السنوات الموالية.
أ. قّدّر عدد المتقاعدين في الجزائر في سنة 2020.
ب. ابتداء من أيّ سنة يتعدّى عدد المتقاعدين في الجزائر 4 ملايين متقاعد.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

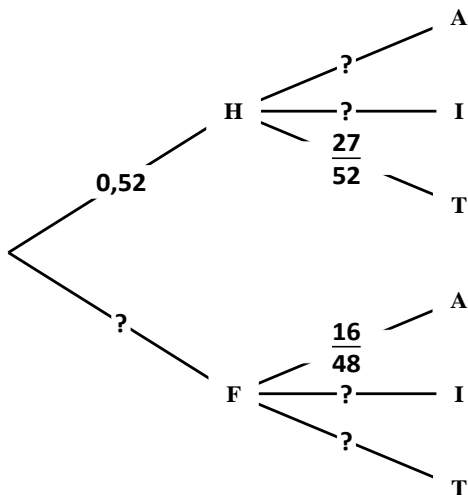
تضمّ مؤسسة إنتاجية موظفين من الجنسين

رجالا يرمز لهم بـ H و نساء يرمز لهن بـ F .

منهم الإداريون "A"، المهندسون "I" و العمال "T".

موزعين حسب الجدول المقابل:

	الإداريون A	المهندسون I	العمال T
الرجال	12%	13%	27%
النساء	16%	12%	20%



يخضع الموظفون لفحص طبي دوري. نختار عشوائيا موظفا.

1) أ. بيّن أنّ احتمال أن يكون الموظف رجلا هو $P(H) = 0,52$

ب. انقل ثمّ أتمم الشجرة.

2) احسب $P(H \cap T)$ و $P(F \cap I)$.

3) ما احتمال أن يكون الموظف مهندسا؟

4) ما احتمال أن يكون الموظف رجلا علما أنّه إداري؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_{n+1} = u_n + 6$
- (1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 6$.
ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.
- (2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 6$.
أ. بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدّها الأول v_0 .
ب. اكتب v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
- (3) احسب بدلالة n ما يلي: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+1}$.
ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم بيّن أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g(x) > 0$. (لا يطلب حساب النهايات)
- (II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + xe^{-x+1}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحني (C_f) .
ب. ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- (2) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .
- (3) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 4$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $3,75 < \alpha < 3,77$.
- (4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم ارسم (T) ، (Δ) و (C_f) .
- (5) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - (x+1)e^{-x+1}$.
أ. بيّن أنّ الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$.
ب. أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x) dx$ ، ثم أعط تفسيراً هندسياً لهذا العدد .
- (6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0 \leq q \leq 7$ بالدالة f المعرفة سابقاً أي : $C_m(q) = f(q)$ حيث : $q \in [0; 7]$. (الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدنانير)
أ. ما هي كمية المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار ؟
ب. نذكر أنّ دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية. احسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
01	1	(1) تمثيل السحابة
01	0.5 0.5	و $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3.5$ $\bar{y} = \frac{2.17+2.19+2.32+2.48+2.63+2.77}{6} = 2.43$ ثم تعليم النقطة المتوسطة $G(3.5;2.43)$ تقبل النتائج القريبة جدا من هذه النتائج .
01	0.5×2	و (3) مستقيم الانحدار بمربعات الدنيا هو $y = 0.128x + 1.982$ لأن : $a = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{2.24}{17.5} \approx 0.128$ $b = \bar{y} - a\bar{x} = 2.43 - 0.128 \times 3.5 = 1.982$ تقبل النتائج القريبة جدا من هذه النتائج .
01	0.5 0.5	(4) - سنة 2020 تقابلها الرتبة $x_i = 12$ منه عدد المتقاعدين هو $y = 0.128 \times 12 + 1.982$ منه 3.518 مليون متقاعد في سنة 2020 . ب- $0.128x + 1.982 > 4$ منه $x = 16$ اي سنة 2024
التمرين الثاني (04 نقاط)		
01	0.25 0.75	(1) أ - $P(H) = 0.12 + 0.13 + 0.27 = 0.52$ ب- إتمام الشجرة : $P_H(A) = \frac{3}{13}$ ، $P(F) = 0.16 + 0.12 + 0.20 = 0.48$ $P_H(I) = \frac{1}{4}$ و $P_H(T) = \frac{27}{52}$ ، $P_F(A) = \frac{1}{3}$ ، $P_F(I) = \frac{1}{4}$ و $P_F(T) = \frac{5}{12}$
01	0.5×2	(2) $P(F \cap I) = 0.48 \times \frac{1}{4} = 0.12$ ، $P(H \cap T) = 0.52 \times \frac{27}{52} = 0.27$

01	1	$P(I) = P(I \cap H) + P(I \cap F) = 0.52 \times \frac{1}{4} + 0.48 \times \frac{1}{4} = 0.25$ (3)
01	1	$P_A(H) = \frac{P(H \cap A)}{P(A)} = \frac{0.52 \times \frac{3}{13}}{0.52 \times \frac{3}{13} + 0.48 \times \frac{1}{3}} = \frac{3}{7} \approx 0.43$ (4)
		التمرين الثالث : (04 نقاط)
1.5	1 0.25 0.25	(1) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 6$ ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) استنتاج أن (u_n) متقاربة
1.5	0.5 0.25 0.5 0.25	(2) أ) بيان أن (v_n) متتالية هندسية : $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ $v_0 = -7$ ب) كتابة v_n بدلالة n : $v_n = -7\left(\frac{1}{2}\right)^n$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$
01	0.75 0.25	(3) حساب P_n و S_n : $S_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n + 6n - 8$ $P_n = (-7)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$
		التمرين الرابع (08 نقاط)
0.75	0.25 0.25 0.25	(I) (1) من أجل $x \in [0; +\infty[$ فإن $g'(x) = (x-2)e^{-x+1}$: - لدينا من أجل $x \in [0; 2]$ فإن g دالة متناقصة تماما. من أجل $x \in [2; +\infty[$ فإن g دالة متزايدة تماما. - بما أن $g(2) = 1 - \frac{1}{e} > 0$ قيمة حدية صغرى للدالة g إذن $g(x) > 0$

2	0.5	(II) 1) أ- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ب- $f(x) - x = xe^{-x+1}$ إذن من أجل $x \in [0; +\infty[$ فإن (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)
01	0.5	2) تبيان أن من أجل $x \in [0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ جدول التغيرات
0.75	0.75	3) دالة مستمرة و رتيبة على المجال $[3.75; 3.77]$ و $f(3.75) \approx 3.98$ و $f(3.77) \approx 4.01$ ،
1.75	1	4) معادلة المماس $(T): y = x + 1$ رسم المماس ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)
1	0.25	5) أ- إثبات أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$
	0.5	ب- $\int_1^4 f(x) dx = [F(x)]_1^4 = \frac{19}{2} - 5e^{-3}$
	0.25	تفسير الهندسي للعدد $\int_1^4 f(x) dx$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها : $x = 1, x = 4$ و $y = 0$
0.75	0.5	6) أ- لدينا $f(x) < 4$ معناه $x \in [0; \alpha[$ إذن $C_m(q) < 4$ معناه $q \in [0; \alpha[$
	0.25	ب- القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية ما بين 1 وحدة و 4 وحدات . $\mu = \frac{1}{4-1} \int_1^4 f(x) dx = \frac{19}{6} - \frac{5e^{-3}}{3}$